**09.06. 2020 МАТЕМАТИКА 16 гр.** Преподаватель А.И.Русанов

(Выполненную работу отправить по электронной почте по адресу alexander\_rus@inbox.ru до 17.00).

**Контрольная работа: Применение производной к исследованию функции.**

Цель:обобщение знаний и умений к исследованию функции при помощи производной, применять производную при решении задач на максимум и минимум.

**Основные теоретические сведения**

**1. Функция**  *y*=*f* (*x*) — это такая зависимость переменной  *y* от переменной *x*, когда каждому допустимому значению переменной  *x* соответствует единственное значение переменной *y*.

**Областью определения функции**  *D*(*f*)  называют множество всех допустимых значений переменной *x*.

**Область значений функции**  *E*(*f*) — множество всех допустимых значений переменной *y*.

## 2. Монотонность функции

Функция *f*(*x*) называется **возрастающей** на данном числовом промежутке, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции. Если $f^{'}\left(x\right)>0$, то функция возрастает. Представьте, что некоторая точка движется по графику слева направо. Тогда точка будет как бы "взбираться" вверх по графику.

Функция *f* (*x*)  называется **убывающей** на данном числовом промежутке, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции. Eсли $f^{'}\left(x\right) <0$, то функция убывает. Представьте, что некоторая точка движется по графику слева направо. Тогда точка будет как бы "скатываться" вниз по графику.

Функция, только возрастающая или только убывающая на данном числовом промежутке, называется  **монотонной** на этом промежутке.

**3. Точки экстремума**

Точки, в которых происходит изменение характера монотонности функции – это точки экстремума.

* Точку *х* = *х*0 называют **точкой минимума** функции у = f(*х*), если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство f(*x*) ≥ f(*x*0).
* Точку *х* = *х*0 называют **точкой максимума** функции у = f(*х*), если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство f(*x*) ≤ f(*x*0).

**Точки максимума и минимума – точки экстремума.**

**4. Критические точки**

**Критическая точка** – это точка, производная в которой равна **0** или не существует. (Точки, в которых производная функции равна нулю, называют  **стационарными.** Точки, в которых функция имеет производную, равную нулю, или не дифференцируема , называют ***критическими точками этой функции***).

**Алгоритм исследования функции на монотонность и экстремумы:**

1) Найти область определения функции D(f)

2) Найти $f'\left(x\right)$.

3) Найти стационарные ( $f'\left(x\right)= $0) и критические $f'\left(x\right)$ не

существует) точки функции y = *f* (*x*).

4) Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.

5) Сделать выводы о монотонности функции и точках ее экстремума.

**5. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.**

Пусть функция *y = f (x)* непрерывна на отрезке [*a; b*]. В этом случае она принимает как наибольшее, так и наименьшее значения на этом отрезке. Во многих прикладных вопросах важно найти те точки отрезка [*a; b*], которым отвечают наибольшее и наименьшее значения функции.

 **Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции** y = *f*(*x*) на отрезке [*a*; *b*]:

1. Найти производную $f'\left(x\right)$ стационарные и критические точки функции, принадлежащие интервалу (*a*; *b*).

2. Найти $f\left(a\right)$, $f\left(b\right)$ и значения функции в стационарных точках, принадлежащих интервалу (*а*; *b*) и среди полученных значений выбрать наибольшее и наименьшее.

**Практическая часть**

**Контрольная работа по теме: Применение производной**

**к исследованию функции.**

Вариант № 1

1. Найти стационарные точки функции:

 1) $f\left(x\right)=7+12x–x^{3}$; 2) $f\left(x\right)=3x^{3}+2x^{2}–7;$

2. Найти точки экстремума функции:

 1) *f* (*x*) *=* 7+12$x –x^{3}; $2)*f* (*x*) *=* $3x^{3}+2x^{2}–7;$

3. Найти интервалы возрастания и убывания функции.

 1) *f* (*x*) *=* $x^{2} –x;$ 2) *f* (*x*) = $5x^{2} –3x –1$; 3) *f* (*x*) = $x^{2}+2x;$

 4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

 1) *f* (*x*) = 3*x* – 6, [–1; 4]; 2) *f* (*x*) = – $\frac{8}{x}$ , $\left[\frac{1}{4};8\right]$;

 3) *f* (*x*) = –0,5*x* + 4, [–2; 6]; 4) *f* (*x*) = $\frac{3}{x}$, [0,3; 2].

5. Исследуйте функцию и постройте график:

 1) *f* (*x*) *=* 3$x^{2}–4x+5;$2)*f* (*x*) *=* 3 + 2*x*$ –x^{2};$

**Контрольная работа по теме: Применение производной**

**к исследованию функции.**

Вариант № 2

1. Найти стационарные точки функции:

 1) $f\left(x\right)=8+2x^{2}–x^{4}; 2$) $f\left(x\right)=x^{4}–8x^{2}$.

2. Найти точки экстремума функции:

 1) *f* (*x*) *=* 8+ $2x^{2}–x^{4};$ 2) *f* (*x*) *=* $x^{4} –8x^{2}.$

3. Найти интервалы возрастания и убывания функции.

 1) $f(x)= x^{2}+ 12x –100;$2)*f* (*x*)  = $x^{3} –3x;$ 3) *f* (*x*) = $x^{4}–2x^{2};$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

 1) *f* (*x*) = *x*2 – 8*x* +19, [–1; 5]; 2) *f* (*x*) = *x*2 + 4*x* – 3, [0; 2];

 3) *f* (*x*) = 2*x*2 – 8*x* + 6, [–1; 4]; 4) *f* (*x*) = – 3*x*2 + 6*x* – 10, [–2; 9].

 5. Исследуйте функцию и постройте график:

 1) *f* (*x*) *=* 7– *x*$ –2x^{2};$ 2) *f* (*x*) *=* 5$x^{2}–15x–4.$