**20.05.2020 МАТЕМАТИКА 18 гр.** Преподаватель А.И.Русанов

(Выполненную работу отправить по электронной почте по адресу alexander\_rus@inbox.ru до 17.00).

**Тема: Обратные тригонометрические функции**.

Цель урока: формирование знаний учащихся об обратных тригонометрических функциях и их свойствах.

**Основные теоретические знания**

Вспомним, когда мы встречаемся с таким понятием как обратная функция. Например, рассмотрим функцию возведения в квадрат. Пусть у нас есть квадратная комната со сторонами по 2 метра и мы хотим вычислить ее площадь. Для этого по формуле пощади квадрата возводим двойку в квадрат и в результате получаем 4 м2. Теперь представим себе обратную задачу: мы знаем площадь квадратной комнаты и хотим найти длины ее сторон. Если мы знаем, что площадь равна все тем же 4 м2, то выполним обратное действие к возведению в квадрат – извлечение арифметического квадратного корня, который нам даст значение 2 м.

Таким образом, для функции возведения числа в квадрат обратной функцией является извлечение арифметического квадратного корня.

Это удобно показать на графике:

|  |
| --- |
|   |
|   | https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/127767/e5c98c20_b419_0131_6f8e_12313c0dade2.png |

Для того чтобы ввести именно обратную функцию к возведению в квадрат и было предложено понятие арифметического квадратного корня, который дает только неотрицательные значения. Для функции  $y=x^{2}$ обратной функцией считается $y=\sqrt{x}$.

Аналогично существуют и функции, обратные к тригонометрическим, их называют **обратными тригонометрическими функциями.** К каждой из рассмотренных нами функций существует своя обратная, их называют: **арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс**.

Эти функции решают задачу вычисления углов по известному значению тригонометрической функции. Например, с использованием таблицы значений основных тригонометрических функций можно вычислить синус какого угла равен $\frac{1}{2}$ . Находим это значение в строке синусов и определяем, какому углу оно соответствует.

 Oсновные свойства каждой из обратных тригонометрических функций.

## 1. [Функция арксинус и ее график](https://interneturok.ru/lesson/algebra/11-klass/bzadachi-iz-egeb/urok-9-obratnye-trigonometricheskie-funktsii-teoriya?block=content#mediaplayer)

Рассмотрим свойства функции арксинус и построим ее график $y=arcsinx$.

Определение. **Арксинусом числа x** называют такое значение угла y, для $siny=x$ . Причем $x\in \left[–1;1\right]$  как ограничения на значения синуса, а $y\in \left[–\frac{π}{2};\frac{π}{2}\right]$ как выбранный диапазон углов.

 **Основные свойства арксинуса:**

1. $sin\left(arcsinx\right)=x$  при $x \in \left[–1;1\right]$ ,
2. $\arcsin(\left(siny\right))=y$ при $y\in \left[–\frac{π}{2};\frac{π}{2}\right]$.

**Основные свойства функции арксинус:**

1) Область определения D(*x*)  = $\left[–1;1\right]$;

2) Область значений E(y) =  $\left[–\frac{π}{2};\frac{π}{2}\right]$;

3) Функция нечетная $\arcsin(\left(-x\right))= –arcsinx.$  Эту формулу желательно отдельно запомнить, т.к. она полезна для преобразований. Также отметим, что из нечетности следует симметричность графика функции относительно начала координат;

4) Функция монотонно возрастает.

 Построим график функции $y=arcsinx$:



Обратим внимание, что никакой из участков графика функции не повторяется, а это означает, что арксинус не является периодической функцией, в отличие от синуса. То же самое будет относиться и ко всем остальным аркфункциям.

## 2. [Функция арккосинус и ее график](https://interneturok.ru/lesson/algebra/11-klass/bzadachi-iz-egeb/urok-9-obratnye-trigonometricheskie-funktsii-teoriya?block=content#mediaplayer)

Рассмотрим свойства функции арккосинус и построим ее график $y=arccosx$.

Определение. **Арккосинусом числа *x*** называют такое значение угла y, для $cosy=x $ которого . Причем $x\in \left[–1;1\right]$   как ограничения на значения синуса, а $y\in \left[0;π\right]$  как выбранный диапазон углов.

**Основные свойства арккосинуса:**

1)  $cos\left(arccosx\right)=x$ при $x \in \left[–1;1\right]$  ,

2) $\arccos(\left(cosy\right))=y$  при $y \in \left[0;π\right]$.

**Основные свойства функции арккосинус:**

1) Область определения D(*x*)  = $\left[–1;1\right]$ ;

2) Область значений E(y) = $\left[0;π\right]$ ;

3) Функция не является ни четной ни нечетной, т.е. общего $\arccos(\left(–x\right)=π –arccosx)$. Эту формулу тоже желательно запомнить, она пригодится нам позже;

4) Функция монотонно убывает.

Построим график функции $y=arccosx$:



## 3. [Соотношения между обратными тригонометрическими функциями](https://interneturok.ru/lesson/algebra/11-klass/bzadachi-iz-egeb/urok-9-obratnye-trigonometricheskie-funktsii-teoriya?block=content#mediaplayer)

Между рассмотренными обратными тригонометрическими функциями существует два полезных соотношения, которые позволяют выражать одну функцию через другую: $arcsinx+arccosx= \frac{π}{2}$

**Практическая часть**

1.Сравнить числа:

1) $arcsin \frac{1}{\sqrt{3}} и \arcsin(\frac{2}{\sqrt{10}} ; )$ 2) $arcsin\left(–\frac{2}{3}\right) и \arcsin(\left(–\frac{3}{4}\right) ; )$ 3) arcos $\frac{1}{\sqrt{3}} и\arccos( \frac{1}{\sqrt{5}});$ 4) arcos $\left(–\frac{4}{5}\right) и\arccos( \left(–\frac{1}{3}\right)).$

2. Найдите значения функции:

 1) $y=2 sin\left(x–\frac{π}{6}\right)+ 1 $при $x=\frac{4π}{3}$; 2) $y= –sin\left(x+\frac{π}{4}\right) $при $x=–\frac{π}{2}$;

3) $y=2 sin\left(x–\frac{π}{6}\right)+ 1 $при $x=\frac{7π}{6}$; 4) $y= –sin\left(x+\frac{π}{4}\right) $при $x=–\frac{15π}{4}.$