**17.04.2020 МАТЕМАТИКА 16 гр.** Преподаватель А.И.Русанов

(Выполненную работу отправить по электронной почте по адресу [alexander\_rus@inbox.ru](mailto:alexander_rus@inbox.ru) до 17.00).

**Тема:** Формула бинома Ньютона. Треугольник Паскаля.

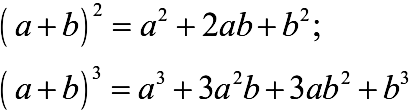
познакомить с формулой бинома Ньютона, научить применять формулу бинома Ньютона при возведении в степень двучлена;

**Основные теоретические сведения**

**1) Исаак Ньютон-** великий математиксколько гениальных идей и открытий принадлежит великому математику Исааку Ньютону. Одним из его открытий является формула **Бином Ньютона**.

**Бином Ньютона.** Слово бином означает «Два числа» В математике биномом называют «формулу для разложения на отдельные слагаемые целой неотрицательной степени суммы двух переменных». Давайте вслед за Ньютоном попробуем ее вывести, чтобы затем применять.

Формулы сокращенного умножения для квадрата и куба суммы двух слагаемых (такая сумма называется «**бином**», по-русски – **двучлен**.



Если вы забыли эти формулы, можно их получить напрямую, раскрыв скобки в очевидных равенствах

http://www.your-own-science.org/wp-content/uploads/2011/08/binom2.png

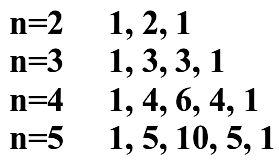
http://www.your-own-science.org/wp-content/uploads/2011/08/binom3.png

Давайте попробуем дойти напрямую хотя бы до пятой степени, а там, может быть, окажется «рояль в кустах» (для порядка будем размещать слагаемые в правой части по убыванию степени **а**, она убывает от максимума до нуля):

http://www.your-own-science.org/wp-content/uploads/2011/08/binom4.png

http://www.your-own-science.org/wp-content/uploads/2011/08/binom5.png

Теперь отдельно выпишем численные коэффициенты в правых частях формул при возведении бинома в заданную степень:



Это утверждение было известно задолго до Паскаля - его знал живший в XI-XII вв. среднеазиатский математик и поэт Омар Хайям (к сожалению, его сочинение об этом до нас не дошло). Первое, дошедшее до нас описание формулы [бинома Ньютона](http://infourok.ru/go.html?href=http%3A%2F%2Fedu.sernam.ru%2Fbook_el_math.php%3Fid%3D22) содержится в появившейся в 1265 г. книге среднеазиатского математика ат-Туси, где дана таблица чисел http://www.sernam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_e_math/files.book&file=e_math_91.files/image013.gif (биномиальных коэффициентов) до http://www.sernam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_e_math/files.book&file=e_math_91.files/image025.gif включительно.

Европейские ученые познакомились с формулой [бинома Ньютона](http://infourok.ru/go.html?href=http%3A%2F%2Fedu.sernam.ru%2Fbook_el_math.php%3Fid%3D22), по-видимому, через восточных математиков. Детальное изучение свойств [биномиальных коэффициентов](http://infourok.ru/go.html?href=http%3A%2F%2Fedu.alnam.ru%2Fbook_c_math.php%3Fid%3D34) провел французский математик и философ Б. Паскаль в 1654 г.

**2) Биноминальные коэффициенты**

Теперь понятно, как возвести бином в любую степень **n**. В левой части записываем **(а+b)n**. А в правой части записываем сумму **аn + аn-1b + … + bn**, оставляя в каждом слагаемом место для коэффициента. И эти места заполняем числами из **n**–ой строчки треугольника Паскаля, которую, конечно, нужно заранее выписать.

Возведение двучлена **a + b** в степень **n** может быть произведено по формуле называемой разложением *бинома Ньютона*:

**(a + b)n = an + C1n an - 1 b + C2n an - 2 b2 +...+Ckn an - k bk +... + Cn - 1n abn - 1 + Cnnbn**

где **Ckn** —**все возможные сочетания**, которые можно образовать **из n элементов по k**.

*Пример:*  
**(a + b)5 = a5 + C15 a4b + C25 a3b2 + C35 a2b3 + C45 ab4 + C55 b5 = a5 + 5a4b + 10a3b2 + 10a2b3 + 5ab4 + b5**

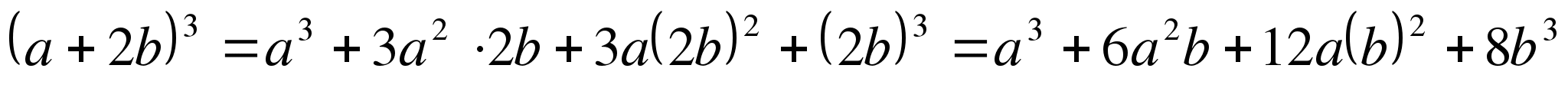
Таким образом можно записать формулу для возведения двучлена в любую степень. Давайте заметим некоторые свойства у слагаемых в разложении двучлена по формуле Бинома Ньютона.

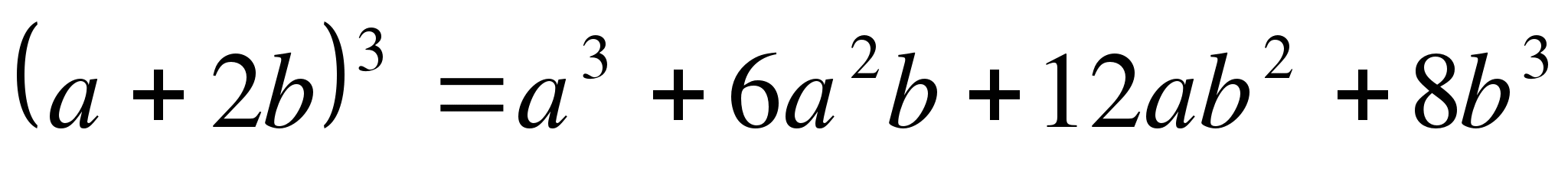
**3) Свойства бинома Ньютона**

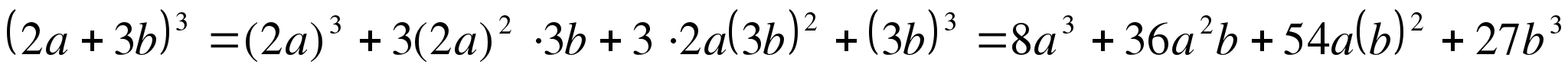
* Число слагаемых на 1 больше степени бинома.
* Коэффициенты находятся по треугольнику Паскаля или равны числу сочетаний Сhello_html_m29d3a7e0.gif, где n – степень двучлена , m – переменная величина, пробегающая значения от 0 до n и соответствующая степени второго выражения.
* Коэффициенты симметричны.
* Если в скобке знак минус, то знаки + и – чередуются.
* Сумма степеней каждого слагаемого равна степени бинома.
* Сумма коэффициентов разложения ( a + b)nравна  2 n .

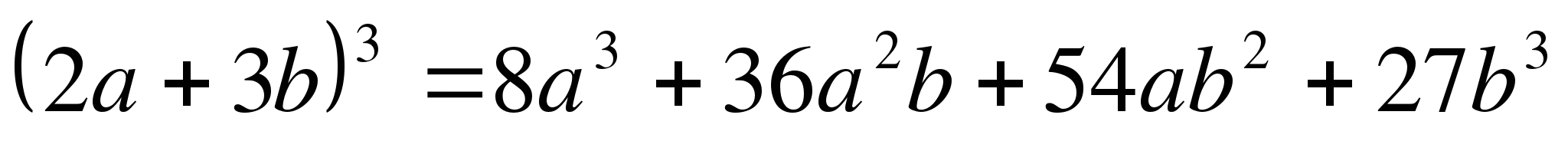
**4) Треугольник Паскаля**    Поскольку числа, составляющие треугольник Паскаля, являются биномиальными коэффициентами, то треугольник Паскаля можно переписать в другом виде:

**Закрепление.**Продолжить формулу, используя бином Ньютона и треугольник Паскаля.

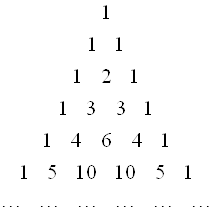
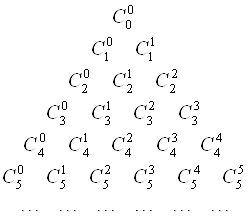
1. 

***Ответ.***

**2**. 

***Ответ*.**

Для более простого подсчета коэффициентов Бинома Ньютона для невысоких степеней удобно пользоваться **треугольником Паскаля:**



По бокам в каждой строчки имеется коэффициент, равный единице. Все средние коэффициенты считаются, как сумма верхних, которые находятся над ними.

Практическая значимость треугольника Паскаля заключается в том, что с его помощью можно запросто восстанавливать по памяти не только известные формулы квадратов суммы и разности, но и формулы куба суммы (разности), четвертой степени и выше.

Не трудно заметить, что строки треугольника симметричны относительно вертикальной оси. Это еще одно замечательное свойство треугольника Паскаля

**Пример 1.**

Представить разложение двучлена в n степени в виде многочлена, где n=0, 1, 2, …,5

Решение:

Первые четыре разложения мы хорошо умеем делать, используя формулы квадрата и куба разности.

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6119/20190202141835/OEBPS/objects/c_matan_11_31_1/a9b0984e-787b-4d21-8330-90d2969fa32e.png

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6119/20190202141835/OEBPS/objects/c_matan_11_31_1/849e2874-0a1b-47be-91b8-b08916a9e888.png

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6119/20190202141835/OEBPS/objects/c_matan_11_31_1/054bf70b-ba92-48db-b507-2a0672ebf5b4.png

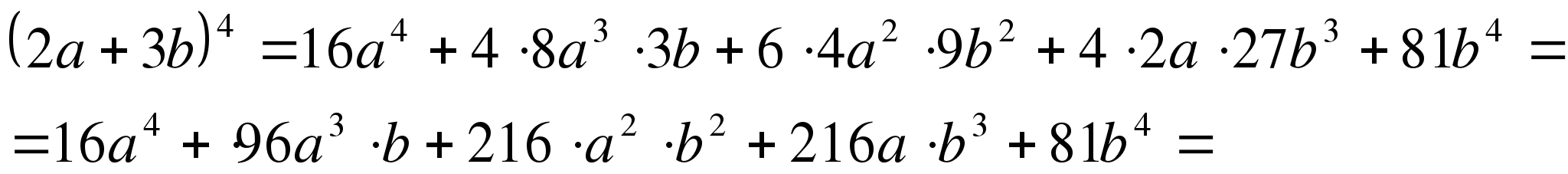
https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6119/20190202141835/OEBPS/objects/c_matan_11_31_1/5908d41b-8036-415f-a110-d348ea11db5e.png

А для представления бинома четвертой и пятой степени воспользуемся треугольником Паскаля.

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6119/20190202141835/OEBPS/objects/c_matan_11_31_1/789f3956-9c37-48ab-b2de-3d8bec96fb31.png

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6119/20190202141835/OEBPS/objects/c_matan_11_31_1/c99b01bf-a13d-4ae0-9728-e1c432fdf2c0.png

**Пример2**. Используя треугольник Паскаля, найти разложение двучлена: (2а +3 b)4

**Решение**

**Практическая часть**

1. Найдите значение: 1) 2!; 2) 5!; 3) 10 ; 4) .

2. Вычислите значение бинома:

1) (2*а*+ 3 *b*)2 ; 2) (*а* + 2*b*)4 ; 2) (3*a* + *b*)3

3. Запишите, как называется многочлен вида (c + b)n \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

4. Как располагаются биноминальные коэффициенты \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

5. Запишите коэффициенты разложения двучлена (2а + 3)4 в виде треугольника Паскаля.

6. Подготовить сообщение о французском ученом Паскале.