**30.04.2020 МАТЕМАТИКА 16 гр.** Преподаватель А.И.Русанов

(Выполненную работу отправить по электронной почте по адресу alexander\_rus@inbox.ru до 17.00).

**Тема: практическая работа: понятие о независимости событий.**

Цель урока: познакомиться с понятием вероятность событий, практическое применение на практике и в природе.

**Основные теоретические сведения**

Мы живем в мире, где наряду с событиями непременно наступающими

(например, смена времен года, восход и заход солнца, смена времен суток) происходят события, зависящие от случая. Случайно перегорела лампа, случайно произошло замыкание, случайно выиграл лотерейный билет, случайно сборная России по футболу стала участником финала чемпионата мира, случайно сегодня на уроке математики присутствует комиссия в данном составе директоров школ района.

Все это события, которые заранее предсказать невозможно.

Событие, которое в процессе наблюдения или испытания (эксперимента) может произойти или не произойти, называют случайным событием.

Приведем еще примеры случайных событий: поражение мишени или промах в результате произведенного выстрела, выигрыш или проигрыш команды в матче, выпадение орла или решки при подбрасывании монеты, выпадение четного числа очков при подбрасывании игральной кости.

Пусть определенное испытание повторяется много кратно и каждый раз фиксируется произошло или нет интересующее нас событие А. Обозначим через N(А) – число исходов испытания при которых произошло событие А. Общее число всех испытаний обозначим через N. **Тогда отношение** $\frac{N(A)}{N}$ **называют статистической частотой случайного события.**

Статистика показывает, что при проведении одного и того же опыта, допускающего многократные повторения в одних и тех же условиях, частота появления ожидаемого случайного события остается примерно одинаковой, незначительно отличаясь от некоторого постоянного числа.

Определение: Вероятностью события А называется отношение числа благоприятных для А исходов к числу всех равновозможных исходов.

Это определение называется классическим определением вероятности.

Сопоставляя классическое и статистическое определение вероятности, можно сделать вывод: нахождение классической вероятности не требует проведения испытаний в действительности, а нахождение статистической вероятности предполагает, чтобы испытания проводились фактически.

В некоторых задачах теории вероятности искомые события можно выразить через другие, более простые (сложное событие через элементарные), используя сумму и произведение событий (см. ниже определение). Тогда для вычисления вероятности такого сложного события используют соответствующие теоремы сложения и умножения вероятностей.

***Суммой*** событий *А* и *В* называется событие *А + В*, которое наступает тогда и только тогда, когда наступает хотя бы одно из событий: *А* или *В.*

***Произведением*** событий *А* и *В* называется событие *АВ*, которое наступает тогда и только тогда, когда наступают оба события: *А* и *В* одновременно. Случайные события *А* и *B* называются ***совместными***, если при данном испытании могут произойти оба эти события.

Теперь приведем теоремы умножения и сложения вероятностей, которые описывают правила вычисления вероятностей сложных событий.

**Теорема о сложении вероятностей несовместных событий.** Вероятность появления одного из двух ***несовместных*** событий *А* и *В* равна сумме вероятностей этих событий

 P (A+B) = P(A) +P(B)

Эта формула действует для любого числа попарно несовместных событий:


Также из этой формулы можно получить простое следствие о вероятности противоположного события:  **P(A) = 1– P(A**).

**Теорема о сложении вероятностей совместных событий.** Вероятность суммы ***совместных*** событий вычисляется по формуле P(A+B) = P(A)+P(B) –P(AB)

События событий *А* и *В* называются ***независимыми***, если появление одного из них не меняет вероятности появления другого. Событие *А* называется ***зависимым*** от события *В*, если вероятность события *А* меняется в зависимости от того, произошло событие *В* или нет.

**Теорема об умножении вероятностей независимых событий.** Вероятность произведения независимых событий *А* и *В* равна произведению вероятностей этих событий: P(A\*B) = P(A) \* P(B).

Вероятность произведения зависимых событий вычисляется по формуле условной вероятности: P(AB) = P(A)\* P(B)  Здесь PA(B)   - ***условная вероятность*** события *В*, при условии, что событие *А* произошло.

Формула для вычисления условной вероятности: PA(B) = $\frac{P(AB)}{P(A))}$ .

**Наступление хотя бы одного события.** Вероятность ***появления хотя бы одного из независимых в совокупности событий А1, А2…, Аn***  равна разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий  Если указанные события имеют одинаковую вероятность *p*, то формула принимает вид: P=1–(1–P)n .

**Пример.** В первом ящике находится 2 белых и 5 черных шаров, во втором ящике - 3 белых и 2 черных шара. Из каждого ящика вынимают по одному шару. Найти вероятность того, что оба вынутых шара - черные.

**Решение.** Введем независимые события: *А* – вынули черный шар из первого ящика, *B* - вынули черный шар из второго ящика. Найдем вероятности событий по [классическому определению вероятности](http://www.math-tasks.com/tv_klass_t.php) (отношение числа черных шаров в ящике к общему числу шаров в этом ящике). Получаем: 

Тогда по теореме умножения вероятностей искомая вероятность есть:


Теперь немного о несовместных событиях. Так называются 2 события, которые не могут наступить одновременно. Если события А и В могут наступать одновременно то их называют совместными. В этом случае для нахождения вероятности Р (А+В) нужна не только сама сумма событий, но и их произведение.

Определение: Произведением событий А и В называется событие, которое наступает тогда и только тогда, когда наступает и А и В. Оно обозначается А В.

Теорема: Р(А+В)= Р(А)+Р(В) – Р(А)Р(В).

Дать точное определение независимости двух событий по видимому невозможно. Ограничимся тем, что события А и В назовем независимыми, если Р(А) и Р(В) не зависят от наступления или не наступления второго события.

Приведем следующий пример, из которого становится ясно, что такое независимые или зависимые события.

**Пример1.** В урне 6 жетонов с номерами от 1 до 6 включительно. Из урны вынимают 1 жетон. Обозначим через А событие, которое означает, что из урны извлечен жетон с номером, кратным 2. После этого жетон возвращают в урну. Затем из урны вынимают снова жетон.

Решение: Пусть В – событие, означающее, что из урны извлекли жетон с номером кратным 3. Какова вероятность наступления события А и события В при этом испытании? Для А благоприятны следующие исходы: 2, 4, 6. а для В – 3,6.

Р(А) = 3/6 = 1/2, Р(В) = 2/6 = 1/3.

Событие В не зависит от события А, т.к. вероятность повторного извлечения жетона не влияет на то, какой жетон был вынут первый раз (он был возвращен в урну). Если же после первого извлечения жетона из урны его не возвратят в урну, вероятность повторного извлечения жетона (событие В) будет иной, т.к. в урне уже не 6 жетонов, а 5. Если в первый раз извлечен жетон, кратный 3, то Р(В) = 1/5, если нет – то Р(В) = 2/5.

В этом случае Р(В) зависит от события А, т.е. А и В зависимы.

**Пример 2.** Два стрелка независимо друг от друга по одному разу стреляют в мишень. Р(А) = 0,9, Р(В) = 0,3 – вероятности попадания соответственно первого и второго стрелка. Найти вероятность того, что мишень будет поражена: а) дважды; б) ровно 1 раз.

Решение:

а) А и В независимы. Мишень будет поражена дважды, если одновременно произойдут события А и В, т.е. АВ. Р (АВ) = Р(А) Р(В)= 0,27

б) мишень будет поражена 1 раз, если произошло событие А+В, но не произошло событие АВ, т.е. Р(А+В) - Р(АВ) =Р(А)+Р(В) – 2 Р(АВ)=0.9 + 0,3 – 2 0,9 0,3 = 0,66

**Практическая работ по теме: понятие о независимости событий.**

1. В ящике находятся 3 белых, 4 синих и 5 красных шаров. Наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, что этот шар либо белый, либо синий? Решить задачу двумя способами.

2. В папке находятся 15 билетов спортивной лотереи, 20 билетов художественной лотереи и 30 билетов денежно-вещевой лотереи. Найти вероятность того, что наугад вынутый из этой пачки один билет окажется билетом либо художественной, либо денежно-вещевой лотереи. Решить задачу двумя способами.

3. Выяснить, являются ли события А и В независимыми, если:

* Р(А)=0,3; Р(В)=0,2; Р(АВ)=0,6.
* Р(А)=$\frac{3}{14}$; Р(В)=$\frac{7}{12}$; Р(АВ)=$\frac{1}{4}$.

4. На стоянке 56 автомобилей, из них 49 имеют кондиционер. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на стоянке автомобиле не окажется кондиционера.

5. В среднем на 100 качественных рюкзаков приходится 15 со скрытыми дефектами. Какова вероятность того, что случайно купленный рюкзак окажется качественным. Результат округлите до сотых.

6. В случайном эксперименте бросают 2 игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до десятых.