**29.05. 2020 МАТЕМАТИКА 16 гр.** Преподаватель А.И.Русанов

(Выполненную работу отправить по электронной почте по адресу alexander\_rus@inbox.ru до 17.00).

**Практическая работа: исследование функции с помощью производной.**

Цель:сформулировать  и осознать определение понятий критических, стационарных точек и точек экстремума; подвести к гипотезе: необходимое и достаточное условие существования экстремума функции.

## Основные теоретические сведения

1. **Монотонность функции**. Функция, только возрастающая или только убывающая на данном числовом промежутке, называется  **монотонной** на этом промежутке.

1.Если функция *f*(*x*) дифференцируема на интервале (*a*;*b*) и $f^{'}\left(x\right)>0 $(положительна) для всех $x\in (a;b)$, то функция возрастает на интервале (*a*;*b*).

2. Если функция *f* (*x*) дифференцируема на интервале (*a*;*b*) и $f^{'}\left(x\right)<0 $( отрицательна) для всех $x\in (a;b)$, то функция убывает на интервале (*a*; *b*).

Алгоритм исследования функции:

1. Найти область определения. 2. Найти производную функции. 3. Найти точки, в которых производная равна нулю или не существует. 4. Определить знаки производной. 5. Вывод о «поведении» функции.

2. **Точки экстремума**

Точки, в которых происходит изменение характера монотонности функции – это точки экстремума.

* Точку *х* = *х*0 называют **точкой минимума** функции у = f(*х*), если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство f(*x*) ≥ f(*x*0).
* Точку *х* = *х*0 называют **точкой максимума** функции у = f(*х*), если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство f(*x*) ≤ f(*x*0).

**Точки максимума и минимума – точки экстремума.**

**Критическая точка** – это точка, производная в которой равна **0** или не существует. (Точки, в которых производная функции равна нулю, называют  **стационарными.** Точки, в которых функция имеет производную, равную нулю, или не дифференцируема , называют ***критическими точками этой функции*** )

Важно помнить, что любая точка экстремума является критической точкой, но не всякая критическая является экстремальной.

**Алгоритм исследования функции на монотонность и экстремумы:**

1) Найти область определения функции D(f)

2) Найти $f'\left(x\right)$.

3) Найти стационарные $f'\left(x\right)= $0 и критические $f'\left(x\right)$ не

существует) точки функции y = f(x).

4) Отметить стационарные и критические точки на числовой

прямой и определить знаки производной на получившихся

промежутках.

5) Сделать выводы о монотонности функции и точках ее

экстремума.

**Практическая часть**

1. Найти интервалы возрастания и убывания функции:

## *f* (*x*) *=* $x^{2} –5x+4;$ 2) *f* (*x*) *=* $5x^{2}+15x –1;$

3) *f* (*x*) *=* $– x^{2}+8x–7;$ 4) *f* (*x*) *=* $x^{2} –x.$

 2. Найти стационарные точки функции:

 1) $f\left(x\right)= \frac{x}{2}+\frac{8}{x};$ 2) *f* (*x*) *=* $2x^{3}–15x^{2}+36x;;$

 3) *f* (*x*) *=* 2*x*$+\frac{8}{x} ;$ 4) $f\left(x\right)= \frac{x}{5}+\frac{5}{x}.$

 3. Найдите точки экстремума функции:

 1) $f\left(x\right)=2x^{2}–20x+1;$ 2) $f\left(x\right)=3x^{2}+36x–1;$

 3) $f\left(x\right)= \frac{x}{5}+\frac{5}{x};$ 4) $f\left(x\right)= \frac{4}{x}+\frac{x}{16}.$